

Übungsaufgabe

Ein Anfangsvermögen von 100 EUR wird über 5 Perioden hinweg in Aktien angelegt, ohne dass Entnahmen oder Einlagen erfolgen.

- Wie hoch ist die (logarithmierte) Rendite pro Periode?
- Berechnen Sie die durchschnittliche Rendite der fünf Perioden.
- Vergleichen Sie die Ergebnisse aus a) und b) mit den jeweiligen Werten der diskreten Rendite. Wie können die unterschiedlichen Werte erklärt werden?

Periode	1	2	3	4	5
Vermögen	112	109,76	133,91	112,48	115,86

I

	1	2	3	4	5
Diskrete Rendite	12,00%	-2,00%	22,00%	-16,00%	3,00%
Logarithmierte Rendite	11,33%	-2,02%	19,89%	-17,44%	2,96%

zu b) Geometrisch 2,94%

zu c) Geometrisch 2,99%

Übungsaufgabe

Zwei Aktien, Koke und Pepsee, hatten vor zwei Jahren den gleichen Preis. Zwischenzeitlich war der Preis der Koke-Aktie zunächst um 10% gestiegen, im zweiten Jahr jedoch wieder um 10% gefallen. Die Aktien der Pepsee fielen im ersten Jahr um 10%, konnten sich im zweiten Jahr jedoch wieder um 10% erholen. Erläutern Sie rechnerisch und verbal, ob beide Papiere heute den gleichen Kurs haben.

III

Fall: Logarithmierte Renditen (Warum?)

Annahme: Startkurs = 100

Periode	0	1	2
Koke	100	110,52	100
Pepsee	100	90,48	100

Die Aktien haben die gleichen Kurse, da die (logarithmierte) Gesamtrendite in beiden Fällen 0% beträgt.

IV

Beispiel

Nr.	Datum	Notierung	Bemerkung
0	02.01.	355	
1	01.04.	323 ex Div	Ausschüttung 12 + Bonus 5
2	01.07.	360	
3	01.10.	354 ex BR	Ordentliche Kapitalerhöhung im Verhältnis 4:1; Ausgabe- kurs 170, junge Stammaktien voll dividendenberechtigt
4	02.01.	320	
5	01.04.	288 ex Div	Ausschüttung 12
6	01.07.	282	
7	01.10.	276 ex Ber	Ausgabe von Gratisaktien im Verhältnis 2:1
8	02.01.	270	

Tabelle: Aufzeichnungen eines Aktionärs zur Wertentwicklung

v

Periode	Kapitalrendite	Dividendenrendite	Quartalsrendite
0 / 1	$(323 - 355)/355$	-9,01%	$17/355 = 4,79\%$
1 / 2	$(360 - 323)/323$	+11,46%	+11,46%
2 / 3	$(354 - 360 + 46)/360$	+11,11%	+11,11%
3 / 4	$(320 - 354)/354$	-9,60%	-9,60%
4 / 5	$(288 - 320)/320$	-10,00%	$12/320=3,75\%$
5 / 6	$(282 - 288)/288$	-2,08%	-2,08%
6 / 7	$(276 - 282 + 138)/282$	+46,81%	+46,81%
7 / 8	$(270 - 276)/276$	-2,17%	-2,17%

Tabelle: Periodenbezogene diskrete Renditen

vi

Für den 1.7.1988 (Nr. 2) ist der Kurs 260 angegeben, für den 1.10.1988 (Nr. 3) der Kurs 354 ex BR. Die Berechnung des Wertes des Bezugsrechts kann mit einer der beiden folgenden Formeln erfolgen:

$$BR = \frac{K_{\text{vorher}} - \text{Em.kurs}}{\frac{\# \text{Altaktien}}{\# \text{Jungaktien}} + 1} \quad \text{bzw.} \quad BR = \frac{K_{\text{nachher}} - \text{Em.kurs}}{\frac{\# \text{Altaktien}}{\# \text{Jungaktien}}}$$

Die Formeln können Sie ineinander überführen, wenn Sie beachten:

$$K_{\text{nachher}} = \frac{\# \text{Altaktien} \cdot K_{\text{vorher}} + \# \text{Jungaktien} \cdot \text{Em.kurs}}{\# \text{Altaktien} + \# \text{Jungaktien}}$$

Der Wert K_{vorher} ist in dieser Aufgabe nicht bekannt (K_{vorher} ist also bspw. nicht gleich 360), K_{nachher} ist Ihnen aber aufgrund der Angabe „ex BR“ gegeben:¹

$$BR = \frac{K_{\text{nachher}} - \text{Em.kurs}}{\text{Bezugsverhältnis}} = \frac{354 - 170}{4} = 46$$

¹ Siehe hierzu bspw. auch: Steiner, Peter / Uhlir, Helmut (2000), Wertpapieranalyse, 4. Auflage, Heidelberg, S. 126-127

Übungsaufgabe

Im Zeitpunkt t_0 beträgt der Kurs einer Aktie $K_0 = 80$. In t_1 steigt der Kurs auf $K_1 = 95$ und fällt dann wieder auf $K_2 = 88$ im Zeitpunkt t_2 .

- Berechnen Sie jeweils die diskreten und die logarithmierten Renditen über die Einzelzeiträume von Zeitpunkt t_0 und t_1 und von t_1 auf t_2 sowie über den Gesamtzeitraum von t_0 auf t_2 .
- Berechnen Sie das arithmetische Mittel für beide Renditearten.
- Wie berechnet man den Mittelwert für die diskrete Rendite richtig? Erläutern Sie die Ergebnisse der unterschiedlichen Berechnungen aus b) und c) für die diskrete Rendite.

Lösung

- a) $R_{d,1} = 18,75\%$ $R_{d,2} = -7,37\%$ $R_{d,\Delta T} = 10\%$
b) $R_{In,1} = 17,19\%$ $R_{In,2} = -7,65\%$ $R_{In,\Delta T} = 9,54\%$
c) $R_{d,\Delta T} = 5,69\%$ $R_{In,\Delta T} = 4,77\%$
d) $R_{d,\Delta T} = 4,88\%$

Bei der richtigen Berechnung in c) wird eine Wiederanlage (variierende Kapitalbasis) unterstellt. Da hier Zinseszinszahlungen anfallen, ist die „richtig“ berechnete Rendite kleiner als die „falsche“ Berechnung aus b)

IX

Übungsaufgabe

Im Zeitpunkt t_0 beträgt der Kurs einer Aktie $K_0 = 100$. In t_1 steigt der Kurs auf $K_1 = 110$ und fällt dann wieder auf $K_2 = 100$ im Zeitpunkt t_2 .

- a) Berechnen Sie jeweils die prozentuale und die logarithmierten Renditen über die Einzelzeiträume von Zeitpunkt t_0 auf t_1 und von t_1 auf t_2 sowie über den Gesamtzeitraum von t_0 auf t_2 .
- b) Berechnen Sie die Summe jeweils der prozentualen und der logarithmierten Renditen über die Einzelzeiträume. Vergleichen Sie das Ergebnis mit der jeweiligen Rendite über den Gesamtzeitraum.
- c) Berechnen Sie das arithmetische Mittel für beide Renditearten.
- d) Wie berechnet man den Mittelwert für die prozentuale Rendite richtig?

X

Zu a) und zu b)

Prozentual

- Periodenrendite(n) $\frac{110-100}{100} = 10\%$ bzw. $-9,09\%$
- Gesamtrendite $(1+0,10) \cdot (1-0,0909) - 1 = 0$

Logarithmiert

- Periodenrendite(n) $\ln \frac{110}{100} = 9,53\%$ bzw. $-9,53\%$
- Gesamtrendite $9,53 - 9,53 = 0$

XI

Zu c) 0,455 % bzw. 0%

Zu d)

$$r_{\text{Durchschn},P} = \sqrt[T]{\prod_{t=1}^T (1+r_t)} - 1 = \sqrt{(1,10) \cdot (1-0,0909)} - 1 = 0$$

XII

Übungsaufgabe

- a) Bei der Ermittlung der Standardabweichung täglicher Renditen ergibt sich ein Wert von 0,0125. Berechnen Sie unter der Annahme, daß die täglichen Renditen seriell unabhängig sind, die annualisierte Standardabweichung einmal bei Gültigkeit des Calendar Time-Modells (mit 360 Tagen) und einmal bei Gültigkeit des Trading Time-Modells (mit 250 Tagen).
- b) Die annualisierte Standardabweichung beträgt 0,3. Wie hoch ist unter der in a) genannten Annahme die Standardabweichung der täglichen Renditen.

XIII

Zu a)

C.T.M.: std p.a. = 0,2372

T.T.M.: std p.a. = 0,1976

Zu b)

C.T.M.: std p.a. (tägl. Renditen) = 0,0158

T.T.M.: std p.a. (tägl. Renditen) = 0,019

XIV