

## Lösungshinweise zum Teil „PT und CAPM“

Beispiel 1.....	2
Beispiel 2.....	2
Beispiel 3.....	3
Beispiel 4.....	3
Beispiel 5.....	4
Beispiel 6.....	5
Aufgabe 1.....	6
Aufgabe 2.....	10
Aufgabe 3.....	14
Aufgabe 4.....	14
Aufgabe 5.....	16
Aufgabe 6.....	17
Aufgabe 7.....	21
Aufgabe 8.....	21
Aufgabe 9.....	21
Aufgabe 10.....	22
Aufgabe 11.....	22
Aufgabe 12.....	22
Aufgabe 13.....	23
Aufgabe 14.....	24
Aufgabe 15.....	24
Aufgabe 16.....	25
Aufgabe 17.....	26

### Beispiel 1

$$\begin{aligned}\mu &= 0,15 \cdot (-0,2) + 0,05 (-0,15) + 0,15 \cdot (0) \\ &\quad + 0,3 \cdot (0,05) + 0,2 (0,1) + 0,15 \cdot (0,25) \\ &= 0,035\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta^2 &= 0,15 \cdot (-0,2 - 0,035)^2 + 0,05 (-0,15 - 0,035)^2 \\ &\quad + 0,15 \cdot (0 - 0,035)^2 + 0,3 \cdot (0,05 - 0,035)^2 \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,1 - 0,035)^2 + 0,15 \cdot (0,25 - 0,035)^2 \\ &= 0,018025 \\ \delta &= 0,1343\end{aligned}$$

oder:

$$\begin{aligned}\delta^2 &= [0,15 \cdot (-0,2)^2 + 0,05 \cdot (-0,15)^2 + 0,15 (0)^2 \\ &\quad + 0,3 (0,05)^2 + 0,2 \cdot (0,1)^2 + 0,15 (0,25)^2] \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,1 - 0,035)^2 + 0,15 \cdot (0,25 - 0,035)^2 \\ &\quad - 0,035^2 \\ &= 0,018025 \\ \delta &= 0,1343\end{aligned}$$

### Beispiel 2

$$\begin{aligned}\mu &= 0,1 \cdot 0,07 + 0,04 (-0,12) + 0,12 \cdot (-0,05) \\ &\quad + 0,1 \cdot 0,06 + 0,08 \cdot (-0,2) + 0,14 \cdot (0,15) \\ &\quad + 0,05 (-0,15) + 0,11 (0,2) + 0,09 (0,24) \\ &= 0,0433\end{aligned}$$

$$\mu_{ann} = \mu \cdot 12 = 0,0433 \cdot 12 = 0,5196$$

$$\begin{aligned}\delta^2 &= 0,07 (0,1 - 0,0433)^2 + 0,04 (-0,12 - 0,0433)^2 \\ &\quad + 0,12 (-0,05 - 0,0433)^2 + 0,2 (0 - 0,0433)^2 \\ &\quad + 0,1 (0,06 - 0,0433)^2 + 0,08 (-0,2 - 0,0433)^2 \\ &\quad + 0,14 (0,15 - 0,0433)^2 + 0,05 (-0,15 - 0,0433)^2 \\ &\quad + 0,11 (0,2 - 0,0433)^2 + 0,09 (0,24 - 0,0433)^2 \\ &= 0,01712 \\ \delta &= 0,13084\end{aligned}$$

$$\delta_{ann} = \delta \sqrt{12} = 0,13084 \cdot \sqrt{12} = 0,453243$$

### Beispiel 3

Vgl. Skript, Folien 112-115 & 123-125

### Beispiel 4

a)

$$\begin{aligned}\beta_A &= \frac{\delta_A}{\delta_M} \cdot k_{A,M} \\ &= \frac{0,09}{0,06} \cdot 0,6 = 0,9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{cov}(R_A, R_M) &= \delta_A \cdot \delta_M \cdot k_{A,M} \\ &= 0,09 \cdot 0,06 \cdot 0,6 \\ &= 0,00324\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{CAPM}(R_A) &= R_F + (E(R_M) - R_F) \cdot \beta_A \\ &= 0,08 + (0,12 - 0,08) \cdot 0,9 \\ &= 0,116\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{01}^{CAPM}(A) &= \frac{E(X_A)}{1 + [R_F + (E(R_M) - R_F) \cdot \beta_A]} \\ &= \frac{112}{1 + 0,116} = 100,35842\end{aligned}$$

$$\beta_B = \frac{0,11}{0,06} \cdot 0,9 = 1,65$$

$$\text{cov}(R_B, R_M) = 0,11 \cdot 0,06 \cdot 0,9 = 0,00594$$

$$\begin{aligned}E_{CAPM}(R_B) &= 0,08 + (0,12 - 0,08) \cdot 1,65 \\ &= 0,146\end{aligned}$$

$$P_{01}^{CAPM}(B) = \frac{114}{1 + 0,146} = 99,47644$$

$$\beta_C = \frac{\delta_C}{\delta_M} \cdot k_{C,M}$$

$$1,4 = \frac{\delta_C}{0,06} \cdot 0,7$$

$$\delta_C = \frac{1,4 \cdot 0,06}{0,7} = 0,12$$

$$\text{cov}(R_C, R_M) = 0,12 \cdot 0,06 \cdot 0,7 = 0,00504$$

$$E_{CAPM}(R_C) = 0,08 + (0,12 - 0,08) \cdot 1,4 \\ = 0,136$$

$$P_{01}^{CAPM}(C) = \frac{115}{1,136} = 101,23239$$

### Beispiel 5

$$S_A = \frac{R_A - R_F}{\delta_A} = \frac{0,1 - 0,06}{0,28} = 0,1428571$$

$$S_B = \frac{0,12 - 0,06}{0,18} = 0,3\overline{3}$$

$$S_C = \frac{0,14 - 0,06}{0,25} = 0,320$$

$$T_A = \frac{R_A - R_F}{\beta_A} = \frac{0,1 - 0,06}{0,6} = 0,0\overline{66}$$

$$T_B = \frac{0,12 - 0,06}{1,2} = 0,05$$

$$T_C = \frac{0,14 - 0,06}{1,0} = 0,08$$

$$\alpha_A = (R_A - R_F) - (R_{BM} - R_F) \cdot \beta_A \\ = R_A - [R_F + (R_{BM} - R_F) \cdot \beta_A] \\ = 0,10 - [0,06 + (0,14 - 0,06) \cdot 0,6] \\ = 0,10 - 0,108 = -0,008$$

$$\begin{aligned}\alpha_B &= 0,12 - [0,06 + (0,14 - 0,06) \cdot 1,2] \\ &= 0,12 - 0,156 = -0,036\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_C &= 0,14 - [0,06 + 0,08 \cdot 1] \\ &= 0,14 - 0,14 = 0\end{aligned}$$

### Beispiel 6

Vgl. Skript, Folien 142-145

## Aufgabe 1

a)

$$\begin{aligned}\mu_A &= 0,2 \cdot 0,18 + 0,2 \cdot 0,05 + 0,2 \cdot 0,12 + 0,2 \cdot 0,04 + 0,2 \cdot 0,06 \\ &= 0,2 \cdot (0,18 + 0,05 + 0,12 + 0,04 + 0,06) \\ &= 0,2 \cdot 0,45 = 0,09\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_B &= 0,2 \cdot (0 + (-0,03)) + 0,15 + 0,12 + 0,01 \\ &= 0,2 \cdot 0,25 = 0,05\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\delta_A^2 &= 0,2 \cdot (0,18 - 0,09)^2 + 0,2 \cdot (0,05 - 0,09)^2 \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,12 - 0,09)^2 + 0,2 \cdot (0,04 - 0,09)^2 \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,06 - 0,09)^2 \\ &= 0,00162 + 0,00032 \\ &\quad + 0,00018 + 0,0005 \\ &\quad + 0,00018 \\ &= 0,0028\end{aligned}$$

$$\delta_A = \sqrt{0,0028} = 0,052915$$

$$\begin{aligned}\delta_B^2 &= 0,2 \cdot [(0 - 0,05)^2 + (-0,03 - 0,05)^2 + (0,15 - 0,05)^2 + (0,12 - 0,05)^2 + (0,01 - 0,05)^2] \\ &= 0,2 \cdot [0,0025 + 0,0064 + 0,01 + 0,0049 + 0,0016] \\ &= 0,2 \cdot 0,0254 = 0,00508\end{aligned}$$

$$\delta_B = \sqrt{0,00508} = 0,0712741$$

c)

Portfolio 1

	S1	S2	S3	S4	S5
$r_{P1}$	$1,25 \cdot 0,18$ $-0,25 \cdot 0$ $= 0,225$	$1,25 \cdot 0,05$ $-0,25 \cdot (-0,03)$ $= 0,07$	$1,25 \cdot 0,12$ $-0,25 \cdot 0,15$ $= 0,1125$	$1,25 \cdot 0,04$ $-0,25 \cdot 0,12$ $= 0,02$	$1,25 \cdot 0,06$ $-0,25 \cdot 0,01$ $= 0,0725$

$$\begin{aligned}\mu_{P1} &= 0,2 \cdot [0,225 + 0,07 + 0,1125 + 0,02 + 0,0725] \\ &= 0,2 \cdot 0,5 = 0,1\end{aligned}$$

Portfolio 2

	S1	S2	S3	S4	S5
$r_{P2} = r_A$	0,18	0,05	0,12	0,04	0,06

$$\mu_{P2} = \mu_A = 0,09$$

Portfolio 3

	S1	S2	S3	S4	S5
$r_{P3}$	$0,75 \cdot 0,18$ $+0,25 \cdot 0$ $= 0,135$	$0,75 \cdot 0,05$ $+0,25 \cdot (-0,03)$ $= 0,03$	$0,75 \cdot 0,12$ $+0,25 \cdot 0,15$ $= 0,1275$	$0,75 \cdot 0,04$ $+0,25 \cdot 0,12$ $= 0,06$	$0,75 \cdot 0,06$ $+0,25 \cdot 0,01$ $= 0,0475$

$$\begin{aligned}\mu_{P3} &= 0,2 \cdot 0,135 + 0,2 \cdot 0,03 + 0,2 \cdot 0,1275 + 0,2 \cdot 0,06 + 0,2 \cdot 0,0475 \\ &= 0,027 + 0,006 + 0,0255 + 0,012 + 0,0095 \\ &= 0,08\end{aligned}$$

Portfolio 4

	S1	S2	S3	S4	S5
$r_{P4}$	$0,5 \cdot (0,18 + 0)$ $= 0,09$	$0,5 \cdot (0,05 - 0,03)$ $= 0,01$	$0,5 \cdot (0,12 + 0,15)$ $= 0,135$	$0,5 \cdot (0,04 + 0,12)$ $= 0,08$	$0,5 \cdot (0,06 + 0,01)$ $= 0,035$

$$\begin{aligned}\mu_{P4} &= 0,2 \cdot (0,09 + 0,01 + 0,135 + 0,08 + 0,035) \\ &= 0,2 \cdot 0,35 = 0,07\end{aligned}$$

Portfolio 5

	S1	S2	S3	S4	S5
$r_{P5} = r_B$	0	-0,03	0,15	0,12	0,01

$$\mu_{P5} = \mu_B = 0,05$$

d)

Portfolio 1

z. B. über die zustandsabhängigen Portfolio-Renditen

$$\begin{aligned}\delta_{P1}^2 &= 0,2 \cdot (0,225 - 0,1)^2 + 0,2 \cdot (0,07 - 0,1)^2 \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,1125 - 0,1)^2 + 0,2 \cdot (0,02 - 0,1)^2 \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,0725 - 0,1)^2 \\ &= 0,003125 + 0,00018 \\ &\quad + 0,0000312 + 0,00128 \\ &\quad + 0,0001512 \\ &= 0,0047674\end{aligned}$$

$$\delta_{P1} = \sqrt{0,0047674} = 0,0690463$$

Portfolio 2

$$\delta_{P2} = \delta_A = 0,052915$$

Portfolio 3

$$\text{z. B. über } \delta_P^2 = \sum_{i=1}^N x_i \cdot \text{cov}(r_i, r_P) = \sum_{i=1}^N x_i \cdot \delta_{iP}$$

zunächst Bestimmung von  $\delta_{AP3}$  :

$$\begin{aligned}\delta_{AP3} &= 0,2 \cdot (0,18 - 0,09) \cdot (0,135 - 0,08) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,05 - 0,09) \cdot (0,03 - 0,08) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,12 - 0,09) \cdot (0,1275 - 0,08) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,04 - 0,09) \cdot (0,06 - 0,08) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,06 - 0,09) \cdot (0,0475 - 0,08) \\ &= 0,00099 + 0,0004 + 0,000285 \\ &\quad + 0,0002 + 0,000195 \\ &= 0,00207\end{aligned}$$



dann Bestimmung von  $\delta_{BP_3}$  :

$$\begin{aligned}\delta_{BP_3} &= 0,2 \cdot (0 - 0,05) \cdot (0,135 - 0,08) \\ &\quad + 0,2 \cdot (-0,03 - 0,05) \cdot (0,03 - 0,08) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,15 - 0,05) \cdot (0,1275 - 0,08) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,12 - 0,05) \cdot (0,06 - 0,08) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,01 - 0,05) \cdot (0,0475 - 0,08) \\ &= -0,00055 + 0,0008 + 0,00095 \\ &\quad - 0,00028 + 0,00026 \\ &= 0,00118\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_{P_3}^2 &= 0,75 \cdot 0,00207 + 0,25 \cdot 0,00118 \\ &= 0,0015525 + 0,000295 = 0,0018475\end{aligned}$$

$$\delta_{P_3} = \sqrt{0,0018475} = 0,0429825$$

Portfolio 4

z. B. über  $\delta_P^2 = x_A^2 \cdot \delta_A^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot \delta_{AB} + x_B^2 \cdot \delta_B^2$

zunächst Bestimmung von  $\delta_{AB}$  :

$$\begin{aligned}\delta_{AB} &= 0,2 \cdot (0,18 - 0,09) \cdot (0 - 0,05) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,05 - 0,09) \cdot (-0,03 - 0,05) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,12 - 0,09) \cdot (0,15 - 0,05) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,04 - 0,09) \cdot (0,12 - 0,05) \\ &\quad + 0,2 \cdot (0,06 - 0,09) \cdot (0,01 - 0,05) \\ &= -0,0009 + 0,00064 + 0,0006 \\ &\quad - 0,0007 + 0,00024 \\ &= -0,00012\end{aligned}$$

$$k_{AB} = \frac{-0,00012}{0,052915 \cdot 0,0712741} = -0,0318178$$

$$\begin{aligned}\delta_{P_4}^2 &= 0,5^2 \cdot 0,052915^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot (-0,00012) + 0,5^2 \cdot 0,0712741^2 \\ &= 0,25 \cdot 0,0028 + (-0,00006) + 0,25 \cdot 0,00508 \\ &= 0,007 - 0,00006 + 0,00127 \\ &= 0,00191\end{aligned}$$

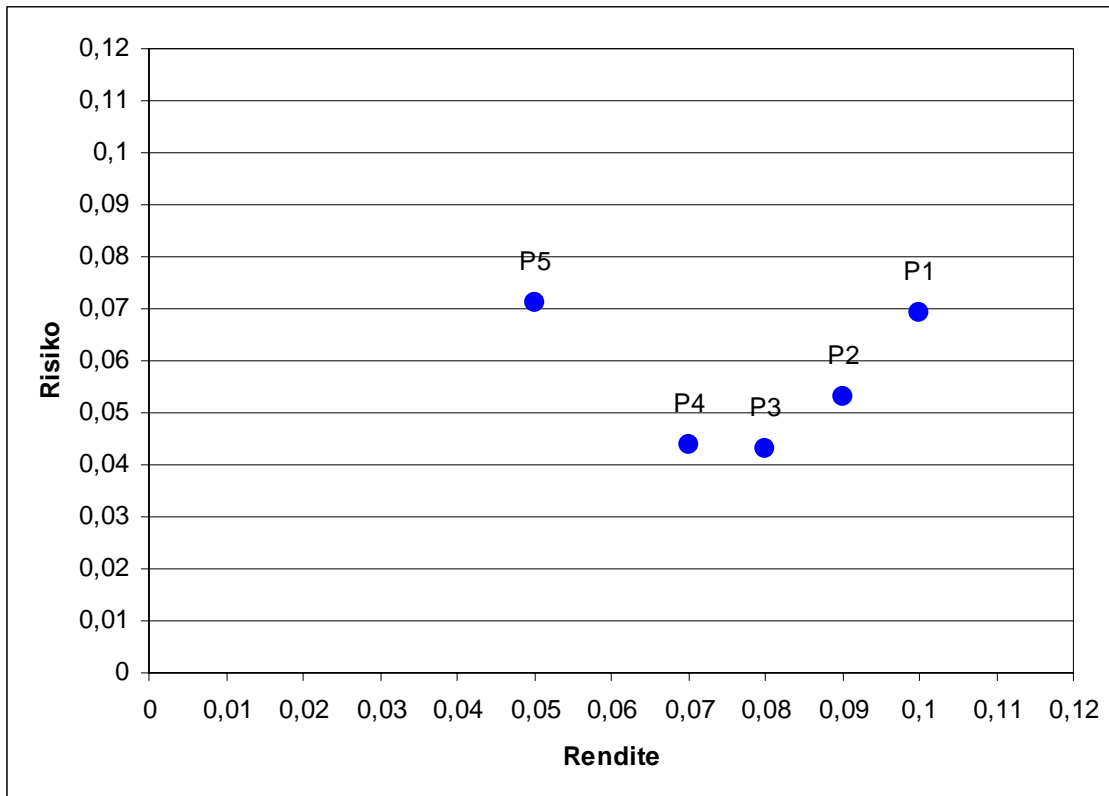
$$\delta_{P_4} = \sqrt{0,00191} = 0,0437035$$

## Portfolio 5

$$\delta_{P_5} = \delta_B = 0,0712741$$

### Aufgabe 2

a)



b)

Optimierungsproblem:

Minimiere  $\delta_P$  unter den Nebenbedingungen  $\sum_{i=1}^N x_i = 1$  und  $\mu_P = \sum_{i=1}^N x_i \cdot \mu_i$  !

Zunächst Bestimmung der Portfoliofunktion  $\delta_P(\mu_P)$ :

I)  $a + b = 1$

II)  $\mu_P = a \cdot 0,09 + b \cdot 0,05$

III)  $\delta_P^2 = a^2 \cdot 0,0028 + 2 \cdot a \cdot b \cdot (-0,00012) + b^2 \cdot 0,00508$   
 $= 0,0028a^2 - 0,00024ab + 0,00508b^2$

aus I)  $b = 1 - a$

aus I) und II)

$$\begin{aligned}\mu_p &= 0,09a + 0,05(1-a) \\ &= 0,09a - 0,05a + 0,05 \\ &= 0,04a + 0,05 \\ \Leftrightarrow \frac{\mu_p - 0,05}{0,04} &= a\end{aligned}$$

in III) (1)

$$\begin{aligned}\delta_p^2 &= 0,0028a^2 - 0,00024a \cdot (1-a) + 0,00508 \cdot (1-a)^2 \\ &= 0,0028a^2 - 0,00024a + 0,00024a^2 + 0,00508(1-2a+a^2) \\ &= 0,00308a^2 - 0,00024a + 0,00508 - 0,01016a + 0,00508a^2 \\ &= 0,00816a^2 - 0,0104a + 0,00508\end{aligned}$$

in III) (2)

$$\delta_p^2 = 0,00816 \left( \frac{\mu_p - 0,05}{0,04} \right)^2 - 0,0104 \left( \frac{\mu_p - 0,05}{0,04} \right) + 0,00508$$

$$\text{NR: } \left( \frac{\mu_p - 0,05}{0,04} \right)^2 = \frac{(\mu_p - 0,05)^2}{0,04^2} = \frac{\mu_p^2 - 0,1\mu_p + 0,0025}{0,0016}$$

$$\delta_p^2 = 0,00816 \cdot \left( \frac{\mu_p^2}{0,0016} - \frac{0,1\mu_p}{0,0016} + \frac{0,0025}{0,0016} \right) - 0,0104 \cdot \left( \frac{\mu_p}{0,04} - \frac{0,05}{0,04} \right) + 0,00508$$

$$\delta_p^2 = 5,1\mu_p^2 - 0,51\mu_p + 0,01275 - 0,26\mu_p + 0,013 + 0,00508$$

$$\delta_p^2 = 5,1\mu_p^2 - 0,77\mu_p + 0,03083$$

$$\delta_p = \sqrt{5,1\mu_p^2 - 0,77\mu_p + 0,03083} = \delta_p(\mu_p)$$

Probe:

$$\begin{aligned}\delta_p^2 &= 5,1 \cdot 0,09^2 - 0,77 \cdot 0,09 + 0,03083 \\ &= 0,04131 - 0,0693 + 0,03083 \\ &= 0,0028\end{aligned}$$

$$\delta_p = \delta_A = \sqrt{0,0028} = 0,052915$$

$$\begin{aligned}\delta_p^2 &= 5,1 \cdot 0,05^2 - 0,77 \cdot 0,05 + 0,03083 \\ &= 0,00508\end{aligned}$$

$$\delta_p = \delta_B = \sqrt{0,00508} = 0,0712741$$

Bestimme Minimum von  $\delta_p(\mu_p)$  bzw.  $\delta_p^2(\mu_p)$

$$f'(\mu_p) \stackrel{!}{=} 0$$

$$f'(\mu_p) = 2 \cdot 5,1 \cdot \mu_p - 0,77 \stackrel{!}{=} 0$$

$$10,2\mu_p = 0,77$$

$$\mu_p = 0,0754901$$

$$f''(\mu_p) > 0 \rightarrow \text{Minimum}$$

$$\begin{aligned} \delta_p(\mu_p = 0,0754901) &= \sqrt{5,1 \cdot 0,0754901^2 - 0,77 \cdot 0,0754901 + 0,03083} \\ &= \sqrt{0,0017662} \\ &= 0,042027 \end{aligned}$$

Bestimmung der Anteile für  $\mu_p = 0,0754901$

$$a = \frac{\mu_p - 0,05}{0,04}$$

$$a = \frac{0,0754901 - 0,05}{0,04} = 0,6372525$$

$$b = 1 - a = 0,3627475$$

c)

Portfolio-Risiko eines Wertpapiers

$$PR_i = \frac{\text{cor}(r_i, r_p)}{\delta_p} = \frac{\delta_i \cdot \delta_p \cdot k_{iP}}{\delta_p} = \delta_i \cdot k_{iP}$$

Portfolio 6 = MV-Portfolio

	S1	S2	S3	S4	S5
$r_{p6}$	$0,6373 \cdot 0,18$ $+0,3627 \cdot 0$ $= 0,1147$	$0,6373 \cdot 0,05$ $+0,3627 \cdot (-0,03)$ $= 0,021$	$0,6373 \cdot 0,12$ $+0,3627 \cdot 0,15$ $= 0,1309$	$0,6373 \cdot 0,04$ $+0,3627 \cdot 0,12$ $= 0,0690$	$0,6373 \cdot 0,06$ $+0,3627 \cdot 0,01$ $= 0,042$

$$\begin{aligned} \mu_p &= 0,2 \cdot (0,1147 + 0,021 + 0,1309 + 0,069 + 0,042) \\ &= 0,2 \cdot 0,3776 = 0,0754901 \approx 0,0755 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{AP6} &= 0,2 \cdot (0,18 - 0,09) \cdot (0,1147 - 0,0755) \\
&+ 0,2 \cdot (0,05 - 0,09) \cdot (0,021 - 0,0755) \\
&+ 0,2 \cdot (0,12 - 0,09) \cdot (0,1309 - 0,0755) \\
&+ 0,2 \cdot (0,04 - 0,09) \cdot (0,069 - 0,0755) \\
&+ 0,2 \cdot (0,06 - 0,09) \cdot (0,042 - 0,0755) \\
&= 0,0007056 + 0,000436 + 0,0003324 \\
&+ 0,000065 + 0,000201 \\
&= 0,00174
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{BP6} &= 0,2 \cdot (0 - 0,05) \cdot (0,1147 - 0,0755) \\
&+ 0,2 \cdot (-0,03 - 0,05) \cdot (0,021 - 0,0755) \\
&+ 0,2 \cdot (0,15 - 0,05) \cdot (0,1309 - 0,0755) \\
&+ 0,2 \cdot (0,12 - 0,05) \cdot (0,069 - 0,0755) \\
&+ 0,2 \cdot (0,01 - 0,05) \cdot (0,042 - 0,0755) \\
&= -0,000392 + 0,000872 + 0,001108 \\
&+ (-0,000091) + 0,000268 \\
&= 0,001765
\end{aligned}$$

$$PR_A = \frac{0,00174}{0,042027} = 0,0414019 < 0,052915$$

$$PR_B = \frac{0,001765}{0,042027} = 0,0419968 < 0,0712741$$

d)

$$\begin{aligned}
\phi(\mu, \delta) &= \mu - 5(\mu^2 + \delta^2) \\
&= \mu - 5\mu^2 - 5\delta^2
\end{aligned}$$

Portfoliofunktion einsetzen:

$$\begin{aligned}
\phi &= \mu - 5\mu^2 - 5 \cdot (5,1\mu^2 - 0,77\mu + 0,03083) \\
&= \mu - 5\mu^2 - 25,5\mu^2 + 3,85\mu - 0,15415 \\
&= -30,5\mu^2 + 4,85\mu - 0,15415
\end{aligned}$$

Bestimme Maximum von  $\phi$

$$f'(\mu_p) \stackrel{!}{=} 0$$

$$f'(\mu_p) = -61\mu + 4,85 = 0$$

$$\mu = \frac{4,85}{61} = 0,0795081$$

$$\begin{aligned} \delta_p(\mu_p = 0,0795081) &= \sqrt{5,1 \cdot 0,0795081^2 - 0,77 \cdot 0,0795081 + 0,03083} \\ &= \sqrt{0,0018486} \\ &= 0,0429954 \end{aligned}$$

Bestimmung der Anteile für  $\mu_p = 0,0795081$

$$a = \frac{\mu_p - 0,05}{0,04}$$

$$a = \frac{0,0795081 - 0,05}{0,04} = 0,7377025$$

$$b = 1 - a = 0,2622975$$

Höhe des Nutzens:

$$\begin{aligned} \phi &= 0,0795081 - 5 \cdot 0,0795081^2 - 5 \cdot 0,0429954^2 \\ &= 0,0571434 \end{aligned}$$

### Aufgabe 3

a)

$$\mu_p = 0,10825$$

$$\sigma_p = 0,006874$$

b) vgl. beispielsweise A 2 oder Skript

### Aufgabe 4

	$\mu$	$\delta^2$	$\delta$	
A	0,2	0,04	0,2	$\delta_{A,B} = 0,02$
B	0,3	0,08	0,283	

a)

$$\mu_p = 0,25$$

$$I \quad a + b = 1$$

$$II \quad \mu_p = a \cdot 0,2 + b \cdot 0,3$$

$$\text{aus I} \quad b = 1 - a$$

aus I und II

$$\mu_p = 0,2a + 0,3(1 - a)$$

$$\mu_p = 0,1a + 0,3$$

$$a = \frac{0,3 - \mu_p}{0,1}$$

für  $\mu_p = 0,25$  ergibt sich

$$a = \frac{0,3 - 0,25}{0,1} = 0,5$$

$$\Rightarrow b = 1 - 0,5 = 0,5$$

b)

$$\begin{aligned} \delta_p^2 &= 0,5^2 \cdot 0,2^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,02 \cdot 0,5^2 \cdot 0,2828^2 \\ &= 0,25 \cdot 0,04 + 0,01 + 0,25 \cdot 0,08 \\ &= 0,04 \end{aligned}$$

$$\delta_p = 0,2$$

c)

$$PR_i = \frac{\text{cor}(r_i, r_p)}{\delta_p}$$

$$PR_A = \frac{0,03}{0,2} = 0,15$$

$$PR_B = \frac{0,05}{0,2} = 0,25$$

NR:

$$\begin{aligned} \text{cor}(r_a, r_p) &= \text{cor}(r_a, a \cdot r_a + b \cdot r_b) \\ &= \text{cor}(r_a, a \cdot r_a) + \text{cor}(r_a, b \cdot r_b) \\ &= a \cdot \text{cor}(r_a, r_a) + b \cdot \text{cor}(r_a, r_b) \\ &= a \cdot \delta_A^2 + b \cdot \delta_{A,B} \\ &= 0,5 \cdot 0,04 + 0,5 \cdot 0,02 \\ &= 0,03 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{cor}(r_b, r_p) &= \text{cor}(r_b, a \cdot r_a + b \cdot r_b) \\
&= \text{cor}(r_b, a \cdot r_a) + \text{cor}(r_b, b \cdot r_b) \\
&= a \cdot \text{cor}(r_b, r_a) + b \cdot \text{cor}(r_b, r_b) \\
&= a \cdot \text{cor}(r_a, r_b) + b \cdot \text{cor}(r_b, r_b) \\
&= a \cdot \delta_{A,B} + b \cdot \delta_B^2 \\
&= 0,5 \cdot 0,02 + 0,5 \cdot 0,08 \\
&= 0,05
\end{aligned}$$

### Aufgabe 5

a)

$$\mu_p = 0,25 \cdot 0,1 + 0,75 \cdot 0,16 = 0,145$$

$$\begin{aligned}
\delta_p^2 &= 0,25^2 \cdot 0,0016 + 2 \cdot 0,25 \cdot 0,75 \cdot 0,0012 + 0,75^2 \cdot 0,0025 \\
&= 0,0001 + 0,00045 + 0,0014062 \\
&= 0,0019562
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
\text{cor}(r_A, r_p) &= a \cdot \delta_A^2 + b \cdot \delta_{A,B} \\
&= 0,25 \cdot 0,0016 + 0,75 \cdot 0,0012 \\
&= 0,0013
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{cor}(r_B, r_p) &= a \cdot \delta_{A,B} + b \cdot \delta_B^2 \\
&= 0,25 \cdot 0,0012 + 0,75 \cdot 0,0025 \\
&= 0,002175
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
\delta_p^2 &= \sum_{i=1}^m x_i \cdot \text{cor}_{i,p} \\
&= 0,25 \cdot 0,0013 + 0,75 \cdot 0,002175 \\
&= 0,0019562
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
PR_A &= \frac{\text{cor}(r_A, r_p)}{\delta_p} = \frac{0,0013}{\sqrt{0,0019562}} = 0,0293925 \\
\delta_A &= \sqrt{0,0016} = 0,04
\end{aligned}$$



$$PR_B = \frac{0,002175}{\sqrt{0,0019562}} = 0,0491759$$

$$\delta_B = \sqrt{0,0025} = 0,05$$

Für  $k_{ip} = 1$ , also  $cor_{i,p} = \delta_i \cdot \delta_p$

ergibt sich  $PR_i = \delta_i$

## Aufgabe 6

a)

Im Tangentialportfolio gilt Steigungsgleichheit zwischen der „alten“ und „neuen“ Portfoliofunktion:

$$f'_{alt}(\mu_T) = f'_{neu}(\mu_T)$$

$$f_{alt}(\mu_T) = \sqrt{5,1\mu^2 - 0,77\mu + 0,03083}$$

$$= (5,1\mu^2 - 0,77\mu + 0,03083)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'_{alt}(\mu_T) = \frac{1}{2} \cdot (5,1\mu^2 - 0,77\mu + 0,03083)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2 \cdot 5,1\mu - 0,77)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{10,2\mu - 0,77}{\sqrt{5,1\mu^2 - 0,77\mu + 0,03083}}$$

$$f'_{neu}(\mu_T) = \frac{\delta(\mu_T) - 0}{\mu_T - 0,04}$$

Nun gleichsetzen und nach  $\mu_T$  auflösen

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{10,2\mu_T - 0,77}{\sqrt{5,1\mu_T^2 - 0,77\mu_T + 0,03083}} = \frac{\sqrt{5,1\mu_T^2 - 0,77\mu_T + 0,03083} - 0}{\mu_T - 0,04}$$

$$0,5 \cdot (10,2\mu_T - 0,77) = \frac{5,1\mu_T^2 - 0,77\mu_T + 0,03083}{\mu_T - 0,04}$$

$$(5,1\mu_T - 0,385) \cdot (\mu_T - 0,04) = 5,1\mu_T^2 - 0,77\mu_T + 0,03083$$

$$5,1\mu_T^2 - 0,204\mu_T - 0,385\mu_T + 0,0154 = 5,1\mu_T^2 - 0,77\mu_T + 0,03083$$

$$-0,589\mu_T + 0,0154 = -0,77\mu_T + 0,03083$$

$$0,181\mu_T = 0,01543$$

$$\mu_T = 0,0852486$$

$$\begin{aligned}\delta(\mu_T = 0,0852486) &= \sqrt{5,1 \cdot 0,0852486^2 - 0,77 \cdot 0,0852486 + 0,03083} \\ &= \sqrt{0,0022519} \\ &= 0,0474544\end{aligned}$$

b)

Zunächst Bestimmung der „neuen“ Portfoliofunktion unter Berücksichtigung der risikolosen Anlage.

Es sind 1 Punkt und die Steigung der neuen Gerade bekannt:

$$y = a + bx \text{ (Geradengleichung)}$$

$$\begin{aligned}\delta(\mu_T) &= a + \frac{\delta(\mu_T) - 0}{\mu_T - 0,04} \cdot \mu_T \\ 0,0474544 &= a + \frac{0,0474544}{0,0852486 - 0,04} \cdot 0,0852486 \\ 0,0474544 &= a + 0,0894043 \\ a &= -0,0419499\end{aligned}$$

$$\delta_{neu}(\mu) = -0,0419499 + 1,0487485 \cdot \mu$$

$$\begin{aligned}\text{Probe: } \mu_{neu} &= -0,0419499 + 1,0487485 \cdot 0,04 \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta(\mu = 0,05) &= -0,0419499 + 1,0487485 \cdot 0,05 \\ &= 0,0104875\end{aligned}$$

$$\text{I) } r + t = 1$$

$$\text{II) } \mu = r \cdot r_f + t \cdot \mu_T = r \cdot 0,04 + t \cdot 0,08525$$

$$\text{aus I) } t = 1 - r$$

in II)

$$\begin{aligned}\mu &= r \cdot 0,04 + (1 - r) \cdot 0,0852486 \\ &= 0,04r - 0,0852486r + 0,0852486 \\ &= -0,0453486r + 0,0852486 \\ \Leftrightarrow \frac{0,0852486 - \mu}{0,0452486} &= r\end{aligned}$$

für  $\mu = 0,05$  :

$$\frac{0,0852486 - 0,05}{0,0452486} = r = 0,7789986$$

$$t = 1 - r = 0,2210013$$

Struktur im Tangentialportfolio:

$$a = \frac{\mu_p - 0,05}{0,04} \text{ mit } \mu_T = 0,08525$$

$$a = \frac{0,08525 - 0,05}{0,04} = 0,88125$$

$$b = 1 - a = 0,11875$$

Struktur im Portfolio  $\mu_p = 0,05$  :

$$\begin{aligned} \mu_p = 0,05 &= 0,7789986 \cdot 0,04 + 0,2210013 \cdot (0,88125 \cdot 0,09 + 0,11875 \cdot 0,05) \\ &= 0,7789986 \cdot r_f + 0,1947574 \cdot \mu_A + 0,0262439 \cdot \mu_B \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \delta(\mu = 0,10) &= -0,0419499 + 1,0487485 \cdot 0,1 \\ &= 0,0629249 \end{aligned}$$

$P(0,10/0,0629249)$  vs.  $P1(0,10/0,069047)$

$$r = -0,3260078$$

$$a = 1,1685444$$

$$b = 0,1574634$$

$$a = 1,25$$

$$b = -0,25$$

NR:

$$\frac{0,0852486 - 0,1}{0,0452486} = -0,3260078 = r$$

$$t = 1 - r = 1,3260078$$

$$a = 1,3260078 \cdot 0,88125$$

$$= 1,1685444$$

$$b = 1,3260078 \cdot 0,11875$$

$$= 0,1574634$$

d)

$$\begin{aligned}\phi(\mu, \delta) &= \mu - 5(\mu^2 + \delta^2) \\ &= \mu - 5\mu^2 - 5\delta^2\end{aligned}$$

Portfoliofunktion einsetzen:

$$\begin{aligned}\phi &= \mu - 5\mu^2 - 5 \cdot (-0,0419499 + 1,0487485\mu)^2 \\ &= \mu - 5\mu^2 - 5(0,0017597 - 0,0879897\mu + 1,0998734\mu^2) \\ &= \mu - 5\mu^2 - 0,0087985 + 0,4399485\mu - 5,499367\mu^2 \\ &= -10,499367\mu^2 + 1,4399485\mu - 0,0087985\end{aligned}$$

Bestimme Maximum von  $\phi$

$$f'(\mu_p) \stackrel{!}{=} 0$$

$$f'(\mu_p) = -20,998734\mu + 1,4399485 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{1,4399485}{20,998734} = \mu$$

$$\mu = 0,0685731$$

$$\begin{aligned}\delta(\mu = 0,0685731) &= -0,0419499 + 1,0487485 \cdot 0,0685731 \\ &= 0,029966\end{aligned}$$

Bestimmung der Anteile für  $\mu = 0,0685731$

$$r = \frac{0,0852486 - 0,0685731}{0,0452486} = 0,3685307$$

$$t = 1 - r = 0,6314692$$

### Aufgabe 7

a)

$$x_1 = 0,1176$$

$$x_2 = 0,6275$$

$$r = 0,2549$$

$$\sigma_p = 0,09410$$

b)

$$PR_1 = 0,0497$$

$$PR_2 = 0,1491$$

c)

sie verhalten sich wie ihre Risikoprämien

$$\frac{0,0497}{0,1491} = \frac{0,08 - 0,05}{0,14 - 0,05} = \frac{1}{3}$$

### Aufgabe 8

a)

$$x_1 = 0,1429$$

$$x_2 = 0,8571$$

$$\mu_p = 0,1643$$

$$\sigma_p^2 = 0,0077143$$

$$\sigma_p = 0,087831$$

b)

$$\sigma_p^2 = 0,0066151$$

$$\sigma_p = 0,0813332$$

### Aufgabe 9

a)

$$\sigma_p = \sqrt{80\mu^2 - 25,60\mu + 2,08}$$

b)

$$\mu = 0,16$$

$$\sigma = 0,1788854$$

### Aufgabe 10

a)

$$x = 0,5334$$

$$y = 0,4666$$

### Aufgabe 11

a)

$$\sigma_p(\mu_p) = \sqrt{17,8\mu^2 - 6,62\mu + 0,6325}$$

b)

$$\mu = 0,186$$

$$\sigma = 0,13$$

c)

$$x_a = 0,30$$

$$x_b = 0,70$$

d)

$$x_a = 0,129$$

$$x_b = 0,871$$

e)

$$\sigma = \sqrt{8,163\mu^2 - 1,306\mu + 0,0522}$$

### Aufgabe 12

a) vgl. Skript

b) vgl. Skript

c)

$$\sigma_p = \sqrt{12,3778 \cdot \mu_p^2 - 2,3720 \cdot \mu_p + 0,1276}.$$

### Aufgabe 13

$$\beta_M = 1$$

a)

risikolose Anlage  $SD = 0$   $k_{r_F, \mu} = 0$   $\beta_{r_F} = 0$

$$\begin{aligned} E(R_B) &= 0,05 + (0,11 - 0,05) \cdot 1,4 \\ &= 0,134 \end{aligned}$$

$$\left[ \beta_A = \frac{\mu_A - r_F}{\mu_M - r_F} = \frac{0,098 - 0,05}{0,11 - 0,05} = 0,8 \right]$$

$$\delta_A = \frac{\delta_M \cdot \beta_A}{k_{A,M}} = \frac{0,2 \cdot 0,8}{0,64} = 0,25$$

$$k_{C,M} = \frac{\delta_M \cdot \beta_C}{\delta_C} = \frac{0,2 \cdot 0,9}{0,24} = 0,75$$

$$k_{D,M} = 0$$

$$E(R_D) = 0,05$$

$\delta_D =$  beliebig

b)

$$\begin{aligned} E(R_A)^{CAPM} &= 0,05 + (0,11 - 0,05) \cdot 0,8 \\ &= 0,098 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(R_C)^{CAPM} &= 0,05 + 0,06 \cdot 0,9 \\ &= 0,104 \quad \text{unterbewertet} \end{aligned}$$

c)

- falsch; die Steigung der Kapitalmarktlinie entspricht dem Marktpreis des Risikos
- falsch; sie verhindert unsystematische Risiken
- falsch; dies gilt nur für die erwarteten Renditen

## Aufgabe 14

a)

$$\beta_A = \frac{\delta_A}{\delta_M} \cdot k_{A,M} = \frac{0,25}{0,10} \cdot 0,5 = 1,25$$

$$\beta_B = \frac{\delta_B}{\delta_M} \cdot k_{B,M} = \frac{0,3}{0,1} \cdot 0,3 = 0,9$$

$$E(R_A) = 0,05 + (0,12 - 0,05) \cdot 1,25 \\ = 0,1375$$

$$E(R_B) = 0,05 + 0,07 \cdot 0,9 \\ = 0,113$$

b)

$$\mu_P = a \cdot \mu_A + b \cdot \mu_B \\ = 0,5 \cdot 0,1375 + 0,5 \cdot 0,113 \\ = 0,12525$$

$$\beta_P = a \cdot \beta_A + b \cdot \beta_B \\ = 0,5 \cdot 1,25 + 0,5 \cdot 0,9 \\ = 1,075$$

## Aufgabe 15

a)

er ist negativ

$$\mu_i = r_F + \text{Risikoprämie} \cdot (-\beta) \\ \mu_i < r_F$$

b)

aus Angabe:  $\beta_{\text{Müller}} > \beta_{\text{Fischer}}$       $\delta_{\text{Fischer}} > \delta_{\text{Müller}}$

Wichtig ist syst. Risiko und nicht das unsyst. Risiko!

c)

CAPM ist ex ante – Modell.

Ex post – Realisation weicht mit einem Erwartungswert von Null vom Schätzwert ab.



## Aufgabe 16

a)

$$k_{A,B} = 1 \Rightarrow \delta_p = 0,35 \cdot 0,2 + 0,65 \cdot 0,25 = 0,2325$$

$$k_{A,B} = -1 \Rightarrow \delta_p = |0,35 \cdot 0,2 - 0,65 \cdot 0,25| = 0,0925$$

b)

$$\text{I } 1 = a + b$$

$$b = 1 - a$$

$$\text{II } \mu_p = a \cdot 0,1 + (1 - a) \cdot 0,15$$

$$\mu_p = 0,1a + 0,15 - 0,15a$$

$$a = \frac{0,15 - \mu_p}{0,05}$$

$$\text{für } \mu_p = 0,14$$

$$a = \frac{0,15 - 0,14}{0,05} = 0,2$$

$$b = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$\begin{aligned} \delta_p &= \sqrt{0,2^2 \cdot 0,2^2 + 0,8^2 \cdot 0,25^2} \\ &= \sqrt{0,0416} = 0,2039607 > 0,2000 \end{aligned}$$

c)

$$\mu_T = 0,438 \cdot 0,1 + 0,562 \cdot 0,15 = 0,1281$$

$$\begin{aligned} \delta_T &= \sqrt{0,438^2 \cdot 0,2^2 + 0,562^2 \cdot 0,25^2} \\ &= \sqrt{0,027414} = 0,1655717 \end{aligned}$$

$$\mu_p = 0,05 + \frac{0,1281 - 0,05}{0,1655717} \cdot \delta_p$$

$$\text{Für } \mu_p = 0,14$$

$$0,14 = 0,05 + \frac{0,0781}{0,1655717} \cdot \delta_p$$

$$(0,14 - 0,05) \cdot 2,1199962 = 0,1908$$

d)

Mit  $k_{A,B} = -1$  ist risikoloses Portfolio möglich.

Dazu müssen Anteile im Minimum-Varianz-Portfolio bestimmt werden ...

$$\text{hier } a = \frac{5}{9} = 0,5\bar{5}$$

$$b = \frac{4}{9} = 0,4\bar{4}$$

$$\mu_p = 12,2\bar{2}\% \quad \delta_p = 0$$

### Aufgabe 17

Vgl. Skript, Folie 145